

2.1

Merkitään verotonta myntihintaa kirjaimella x .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$1,14 \cdot x = 48 \text{ €} \quad | : 1,14$$

$$x = \frac{48 \text{ €}}{1,14}$$

$$\approx 42,11 \text{ €}$$

Lasketaan arvonlisäveron määrä.

$$48 \text{ €} - 42,11 \text{ €} = 5,89 \text{ €}$$

Vastaus

5,89 €

2.2

Merkitään tekstin ja valokuvien osuutta kirjaimella x . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$x + 1,24x = 940,80 \text{ €}$$

$$2,24x = 940,80 \text{ €}$$

Ratkaistaan CAS-laskimella.

$$x = 420 \text{ €}$$

Lasketaan arvonlisäveron määrä.

$$940,80 \text{ €} - 2x = 940,80 \text{ €} - 2 \cdot 420 \text{ €} = 100,80 \text{ €}$$

Vastaus

100,80 €

2.3

Merkitään alkuperäisen pakkauksen sisällön määrää kirjaimella m (L) ja hintaa kirjaimella h (€).

	hinta (€)	määrä (L)	litrahinta (€/L)
alussa	h	m	$\frac{h}{m}$
lopussa	$1,13h$	$1,30m$	$\frac{1,13h}{1,30m}$

Uusi litrahinta on $\frac{1,13h}{1,30m} \approx 0,87 \frac{h}{m}$.

Alkuperäistä litrahintaa vastaa 100 %, uusi litrahinta on 87 % alkuperäisestä. Litrahinta laski $100 \% - 87 \% = 13 \%$.

Vastaus

laski 13 %

2.4

Merkitään alkuperäistä vedenkulutusta kirjaimella a .

Vedenkulutus tulee kuukaudessa q -kertaiseksi. Vuodessa vedenkulutus tulee q^{12} -kertaiseksi. Vuoden kuluttua vedenkulutuksen on oltava $100 \% - 20 \% = 80 \% (= 0,80)$ alkuperäisestä.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan q .

$$q^{12} \cdot a = 0,80a \quad | : a \ (\neq 0)$$

$$q^{12} = 0,80 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$q \approx -0,982 \text{ tai } q \approx 0,982$$

Muutoskerroin on positiivinen, joten $q \approx 0,982$. Vedenkulutus laskee kuukaudessa 98,2 %:iin, joten vähennystä on $100 \% - 98,2 \% = 1,8 \%$.

Vedenkulutusta on vähennettävä 1,8 % kuukaudessa.

Vastaus

1,8 %

2.5

Merkitään Juhan vuoden 2020 ansiotuloja kirjaimella a .

Vuonna 2020 asumiskulut olivat $0,183 \cdot a$ (€).

Vuonna 2021 Juhan tulot olivat $1,134 \cdot a$ (€) ja
asumiskulut olivat $0,158 \cdot 1,134 \cdot a = 0,179172 \cdot a$ (€).

Verrataat vuoden 2021 asumiskuluja vuoden 2020 asumiskuluihin.

$$\frac{0,179172 \cdot \cancel{a}}{0,183 \cdot \cancel{a}} \approx 0,979 = 97,9 \%$$

Vuoden 2020 asumiskuluja vastaa 100 %.

Asumiskulut pienenevät $100 \% - 97,9 \% = 2,1 \%$.

Vastaus

2,1 % pienemmät

2.6

Merkitään klarinetin verotonta myyntihintaa kirjaimella x .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$0,24x = 135,27 \text{ €} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$x \approx 563,63 \text{ €}$$

Lasketaan klarinetin verollinen myyntihinta.

$$1,24x = 1,24 \cdot 563,63 \text{ €} \approx 698,90 \text{ €}$$

Klarinetti maksoi 698,90 €.

Vastaus

698,90 €

2.7

Merkitään alkuperäisen pullon hintaa kirjaimella h (€) ja juoman määrää kirjaimella m (L). Alkuperäinen litrahinta on $\frac{h}{m}$ (€/L).

a) Uusi litrahinta on $\frac{1,10h}{1,20m} \approx 0,917 \frac{h}{m}$.

Koska $0,917 = 91,7\%$, niin litrahinta laskee $100\% - 91,7\% = 8,3\%$.

b) Uusi litrahinta on $\frac{0,90h}{0,80m} = 1,125 \frac{h}{m}$.

Koska $1,125 = 112,5\%$, niin litrahinta nousee $112,5\% - 100\% \approx 13\%$.

c) Uusi litrahinta on $\frac{0,90h}{1,20m} = 0,75 \frac{h}{m}$.

Koska $0,75 = 75\%$, niin litrahinta laskee $100\% - 75\% = 25\%$.

Vastaus

a) laskee $8,3\%$

b) nouee 13%

c) laskee 25%

2.8

Merkitään alkuperäisrä vakuutusmaksua kirjaimella x (€).

Koska $100 \% - 55 \% = 45 \% = 0,45$, niin alkuperäinen vakuutusmaksu oli $0,45x$.

Koska $100 \% - 60 \% = 40 \% = 0,40$, niin uusi vakuutusmaksu oli

$$0,40 \cdot 1,093x = 0,4372x.$$

Verrataan uutta vakuutusmaksua alkuperäiseen.

$$\frac{0,4372 \cdot \cancel{x}}{0,45 \cdot \cancel{x}} \approx 0,972 = 97,2 \%$$

Vakuutusmaksu laski $100 \% - 97,2 \% = 2,8 \%$.

Vastaus

laski $2,8 \%$

2.9

- a) Merkitään osakkeen alkuperäistä arvoa kirjaimella a .

Lasketaan osakkeen arvo muutosten jälkeen.

$$0,54 \cdot 1,15 \cdot 1,34 \cdot a \approx 0,83a$$
$$100 \% - 46 \% = 54 \% = 0,54$$
$$100 \% + 15 \% = 115 \% = 1,15$$
$$100 \% + 34 \% = 134 \% = 1,34$$

Koska $0,83 = 83 \%$, niin osakkeen arvo oli muutosten jälkeen $100 \% - 83 \% = 17 \%$ pienempi.

- b) Merkitään jälkimmäistä arvonnousua vastaavaa muutoskerrointa kirjaimella q . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan q .

$$0,54 \cdot 1,15 \cdot q \cdot a = a \quad | : a \ (\neq 0)$$
$$0,54 \cdot 1,15 \cdot q = 1 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$q \approx 1,61 = 161 \%$$

Jälkimmäisen arvonnousun olisi pitänyt olla $161 \% - 100 \% = 61 \%$.

Vastaus

- a) 17% pienempi
b) 61%

2.10

- a) Verrataan vuoden 2011 maksuhäiriöiden lukumäärää vuoden 2001 maksuhäiriöiden määrään.

$$\frac{1\,460\,500}{422\,500} \approx 3,46 = 346 \%$$

Maksuhäiriöiden lukumäärä kasvoi $346 \% - 100 \% = 246 \%$.

- b) Merkitään vuotuista muutoskerrointa kirjaimella q . Neljässä vuodessa maksuhäiriöiden lukumäärä tulee q^4 -kertaiseksi. Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan q .

$$q^4 \cdot 1460500 = 422500 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$q \approx -0,733 \text{ tai } q \approx 0,733$$

Muutoskerroin on positiivinen luku, joten $q \approx 0,733 = 73,3 \%$.

Vuodessa maksuhäiriöiden lukumäärä vähenee

$$100 \% - 73,3 \% = 26,7 \%$$

Vastaus

- a) kasvoi 246 %
b) 26,7 %

2.11

Merkitään laskun loppusummaa kirjaimella a (€) ja abiturienttien lukumäärää kirjaimella n (henkilöä).

Muodostetaan yhtälöpari ja ratkaistaan a ja n .

$$\begin{cases} n \cdot 25 = a + 3 \\ n \cdot 27 = 1,10a + 0,8 \end{cases} \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$
$$n = 5, \quad y = 122$$

Laskun loppusumma on 122 € ja abiturientteja on 5.

Vastaus

loppusumma 122 €,
5 abiturienttia

2.12

- a) Merkitään kirjan painotyön verotonta myyntihintaa kirjaimella x . Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan x .

$$1,24x = 12,80 \text{ €}$$

$$x = \frac{12,80 \text{ €}}{1,24} \approx 10,32 \text{ €}$$

Verollisessa myyntihinnassa on arvonlisäveroa

$$12,80 \text{ €} - 10,32 \text{ €} = 2,48 \text{ €}.$$

Painotyön veroton myyntihinta kirjaa kohti on 10,32 €, arvonlisäveroa tämä sisältää 2,48 €.

- b) Kirjan veroton myyntihinta on $10,32 \text{ €} + 10 \text{ €} = 20,32 \text{ €}$.

Kirjan verollinen myyntihinta on $1,10 \cdot 20,32 \text{ €} = 22,35 \text{ €}$.

Vastaus

- a) veroton hinta 10,32 €, arvonlisäveroa 2,48 €
b) 22,35 €

2.13

Merkitään pakkauksen tilavuutta kirjaimella m (L) ja hintaa kirjaimella h (€).

Uusi tilavuus on $100 \% - 15 \% = 85 \%$ alkuperäisestä.

Uusi hinta on $100 \% - 9,4 \% = 90,6 \%$ alkuperäisestä.

	hinta (€)	tilavuus (L)	litrahinta (€/L)
alussa	h	m	$\frac{h}{m}$
lopussa	$0,906h$	$0,85m$	$\frac{0,906h}{0,85m}$

Uusi litrahinta on $\frac{0,906h}{0,85m} \approx 1,066 = 106,6 \%$.

Litrahinta nousi $106,6 \% - 100 \% = 6,6 \%$.

Vastaus

nousi $6,6 \%$.

2.14

Merkitään sijoituksen alkuperäistä arvoa kirjaimella a ja vuotuista muutoskerrointa kirjaimella q .

Viidessä vuodessa arvo tullut q^5 -kertaiseksi.

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan q .

$$q^5 a = 1,92a \quad | : a (\neq 0)$$

$$q^5 = 1,92 \quad \text{Ratkaistaan CAS-laskimella.}$$

$$q = 1,14$$

Sijoituksen arvo on kasvanut vuodessa keskimäärin

$$114 \% - 100 \% = 14 \%$$

Vastaus

14 %

2.15

Merkitään edellisen vuoden liikevaihtoa kirjaimella a .

Edellisen vuoden liikevoitto oli $0,059a$.

Jälkimmäisen vuoden liikevaihto oli $1,26a$ ja liikevoitto $0,051 \cdot 1,26a = 0,06426a$.

Verrataan jälkimmäisen vuoden liikevoittoa edellisen vuoden liikevoittoon.

$$\frac{0,06426 \cdot \cancel{a}}{0,059 \cdot \cancel{a}} = 1,089 = 108,9 \%$$

Liikevoitto oli kasvanut $108,9 \% - 100 \% = 8,9 \%$.

Vastaus

kasvanut $8,9 \%$

2.16

Merkitään alkuperäistä polttoaineen litrahintaa kirjaimella a (€/L) ja Mian mopon kuluttamaa polttoainemäärää kirjaimella m (L).

Miian alkuperäiset polttoainekustannukset olivat am (€).

Lasketaan Mian polttoainekustannukset hinnankorotuksen jälkeen.

$$1,20a \cdot 0,80m = 0,96 \cdot am$$
$$100 \% + 20 \% = 120 \% = 1,20$$
$$100 \% - 20 \% = 80 \% = 0,80$$

Mian polttoainekustannukset tulevat 0,96-kertaisiksi, joten polttoainementot pienenevät $100 \% - 96 \% = 4 \%$.

Vastaus

pienenevät 4 %

2.17

Merkitään alkuperäisiä hankintakustannuksia kirjaimella a .

Alussa ilmalämpöpumpun osuus on $0,68a$ ja
asennuskulujen osuus $0,32a$. $100\% - 68\% = 32\% = 0,32$

Hinnanmuutosten jälkeen ilmalämpöpumpun hinta on

$$1,059 \cdot 0,68a = 0,72012a \quad 100\% + 5,9\% = 105,9\% = 1,059$$

ja asennuskulut

$$0,968 \cdot 0,32a = 0,30976a \quad 100\% - 3,2\% = 96,8\% = 0,968$$

Lasketaan uusi hankintahinta.

$$0,72012a + 0,30976a = 1,02996a \approx 1,030a$$

Koska $1,030 = 103,0\%$, hankintahinta nousee $3,0\%$.

Vastaus

nousee $3,0\%$

2.18

Merkitään tuotteen valmistuskustannuksia kirjaimella a .

Vaihtoehto 1: palkkio 6,3 % valmistuskustannuksista

Suunnittelijan palkkio on $0,063a$.

Vaihtoehto 2: palkkio 6,3 % myyntitulosta

Suunnittelijan palkkio on $0,054 \cdot 0,85 \cdot 1,48a = 0,067932a$.

Vaihtoehto 2:n palkkio on suurempi kuin vaihtoehto 1:n palkkio.

(Verrataan vaihtoehto 2:n palkkiota vaihtoehto 1:n palkkioon.

$$\frac{0,067932 \cdot \cancel{a}}{0,063 \cdot \cancel{a}} \approx 1,078 = 107,8 \%$$

Vaihtoehto 2:n palkkio on $107,8 \% - 100 \% = 7,8 \%$ suurempi kuin vaihtoehto 1:n palkkio.)

Kannattaa valita vaihtoehto 2.

Vastaus

vaihtoehto 2

2.19

Merkitään tuotteen verotonta myyntihintaa kirjaimella x .

Verrataan verollisen hinnan sisältämää arvonlisäveroa verolliseen myyntihintaan.

$$\frac{0,24 \cdot \cancel{x}}{1,24 \cdot \cancel{x}} \approx 0,194 = 19,4 \%$$

Verollinen myyntihinta sisältää 19,4 % arvonlisäveroa.

Vastaus

19,4 %

2.20

Merkitään kananmunien vähittäismyyntihintaa kirjaimella x .

Tuottajan osuus on $0,25x$.

Lasketaan arvonlisäveron määrä vähittäismyyntihinnasta.

Merkitään verotonta myyntihintaa kirjaimella a .

Muodostetaan yhtälö ja ratkaistaan a .

$$1,14a = x$$

$$a = \frac{x}{1,14} \approx 0,88x$$

Arvonlisäveron määrä on $x - 0,88x = 0,12x$.

Lasketaan välittäjäportaan ja kaupan osuus.

$$x - 0,25x - 0,12x = 0,63x$$

Koska $0,63 = 63\%$, välittäjäportaalte ja kaupalle menee 63% vähittäismyyntihinnasta.

Vastaus

63%

2.21

Merkitään verotonta myyntihintaa kirjaimella x .

Verollinen myyntihinta 24 %:n arvonlisäverokannan mukaan on $1,24x$.

Verollinen myyntihinta 17 %:n arvonlisäverokannan mukaan on $1,17x$.

a) Veronalennushyöty siirtyy asiakkaalle.

Verollinen myyntihinta on $1,17x$.

Verrataan uutta myyntihintaa $1,17x$ alkuperäiseen myyntihintaan $1,24x$.

$$\frac{1,17 \cdot x}{1,24 \cdot x} = 0,944 = 94,4 \%$$

Verollinen myyntihinta laskee $100 \% - 94,4 \% = 5,6 \%$.

b) Yritys pitää verollisen myyntihinnan ennallaan.

Yrityksen saama tulo oli alunperin x . **100 %**

Arvonlisäverokannan alennuksen jälkeen yrityksen saama tulo on

$$x + 0,24x - 0,17x = 1,07x. \quad \mathbf{107,0 \%}$$

Yrityksen saama tulo kasvaa $7,0 \%$.

Vastaus

a) $5,6 \%$

b) $7,0 \%$

2.22

Kululaji	Kulut €/kk
Palkat	3 900
Eläkemaksut	735
Työttömyyskassamaksut	40
Vuokra	370
Sähkö ja vesi	60
WiFi	20
Vakuutukset	50
Neulekoneet	20
Langat	400
Muut tarvikkeet	30

1. Taulukossa 10A luetellut kulut ovat yhteensä 5625 €.

Näiden kulujen kattamiseksi tilauksia tarvitaan

$$\frac{5625 \text{ €}}{70 \text{ € / kpl}} \approx 80,4 \text{ kpl}.$$

Määrä on pyöristettävä ylöspäin, jotta tulot riittävät kattamaan kulut, joten tilauksia tarvitaan vähintään 81 kpl.

2. 100 neuleen valmistamiseen tarvittavat langat maksavat

$$100 \cdot 0,25 \cdot 39 \text{ €} = 975 \text{ €}.$$

Koska langan hankkimiseen oli varattu vain 400 €, tämä ei riitä 100 neuleen valmistamiseen.

3. 70 € verollisen tuotteen veroton myyntihinta on

$$\frac{70 \text{ €}}{1,24} \approx 56,45 \text{ €}.$$

Jos veroton myyntihinta on 70 €, verollinen myyntihinta on

$$1,24 \cdot 70 \text{ €} \approx 86,80 \text{ €}.$$

24 %:n arvonlisäveron vähentämisen jälkeen yritys saa 70 euron myyntitulosta itselleen vain 56,45 €, joten on joko nostettava myyntihintaa arvonlisäveron verran 86,80 euroon tai myytävä tuotteita vastaavasti enemmän, jotta katetaan arvonlisäverosta johtuvat menot.

Yhden kuukauden pituisten kesälomien takia yrityksen on tehtävä 12 kuukauden tulos 11 kuukaudessa. Jos Pauli ja Johanna lomailevat eri aikaan, sijaisten palkkaamisesta ei tule lisäkuluja ja lomiin varautumiseen riittää se, että varmistetaan etukäteen myyntituotteiden riittävyys loma-aikoina.

Vastaus

1. vähintään 81 tilausta

2. eivät riitä

3. 24 %:n arvonlisäveron vähentämisen jälkeen yritys saa 70 euron myyntitulosta itselleen vain $70 \text{ €} / 1,24 = 56,45 \text{ €}$, joten on joko nostettava myyntihintaa arvonlisäveron verran 86,80 euroon tai myytävä tuotteita vastaavasti enemmän, jotta katetaan arvonlisäverosta johtuvat menot.

Yhden kuukauden pituisten kesälomien takia yrityksen on tehtävä 12 kuukauden tulos 11 kuukaudessa. Jos Pauli ja Johanna lomailevat eri aikaan, sijaisten palkkaamisesta ei tule lisäkuluja ja lomiin varautumiseen riittää se, että varmistetaan etukäteen myyntituotteiden riittävyys loma-aikoina.